

Darwin matemático

José Leonel Torres

Instituto de Ecología A. C.
Xalapa Veracruz, México
jltorres2mx@gmail.com

Resumen

La tesis de este artículo es que, aunque Darwin no creó matemáticas directamente, ni se familiarizó con ellas (fue más bien su admirador distante), el carácter riguroso, cuantitativo y profundo de su trabajo biológico inspiró eventualmente la creación de nuevos y fértiles capítulos matemáticos.

1. Darwin y las matemáticas

En una de sus cartas, relativa a la crianza y la cruce de pichones, Charles Darwin (1809-1882) comenta que en cuestiones experimentales él sólo confía en afirmaciones respaldadas por “mediciones y la regla de tres” (Darwin F. 1887, Vol. 2, p. 51). Sin embargo, su autobiografía abunda en ejemplos de admiración por las matemáticas, e indica que entró en contacto con Los *elementos* de Euclides, al menos en dos ocasiones y a través de tutores privados: dentro de su periodo educativo inicial (correspondiente a la Primaria y la Secundaria actuales, aproximadamente), y durante sus estudios en la Universidad de Cambridge.

El primero de los tutores seguramente fue bueno, pues Darwin escribió en su autobiografía, escrita hacia el final de su vida (Darwin 1887, Vol. 1, p. 33), que aún recordaba “la intensa satisfacción que le producían las claras demostraciones geométricas” del libro. El segundo tutor de matemáticas, sin embargo, le pareció totalmente gris. En palabras suyas, “la labor me resultaba repugnante, especialmente porque no podía entender el significado de los primeros pasos de álgebra” (Darwin, op. cit., p. 46). Sin embargo, se lamenta a continuación de no haber perseverado suficiente en la tarea, “(. . .) años después me he arrepentido profundamente de no haber intentado al menos entender algo sobre los principios básicos de las matemáticas, pues las personas que lo logran parecen tener un sentido extra”.

Sin embargo, no todo fue gris en la trayectoria matemática de Darwin, como él mismo lo revela al enumerar las razones que le permitieron

graduarse en Cambridge: “. . . Por contestar correctamente las preguntas [filosóficas y religiosas] en Paley, por hacerlo bien con Euclides, y por no fallar miserablemente con los clásicos. . .” (Darwin, op. cit., p. 47).

En este artículo ponderaremos la relación un tanto ambigua de Darwin con las matemáticas, enfatizando el carácter profundamente cuantitativo de su diseño de experimentos y el interés que su trabajo despertó a partir del siglo pasado en matemáticos notables, quienes han creado como consecuencia de ello algunos capítulos sobresalientes de las matemáticas modernas.

1.1. Darwin cuantitativo

Trabajar cuantitativamente en el siglo XIX no era una gran hazaña para físicos o químicos de la época. El caso era distinto, sin embargo, con los naturalistas. En este aspecto la obra de Darwin, toda ella profundamente cuantitativa, resulta excepcional para su tiempo, en parte también porque inspiró la creación a partir del siglo siguiente de nuevas herramientas y capítulos matemáticos, algunos de ellos aún en pleno desarrollo. Sin embargo, más que un inventario de tales capítulos, nos interesan aquí asuntos contextuales y correlaciones entre ellos. Un compendio de matemáticas “biológicas” creadas el Siglo XX, desde un enfoque más exhaustivo y menos darwiniano que el presente, puede hallarse en un artículo previo en esta misma revista (cf. Velasco 2000).

Darwin no fue por supuesto el primer naturalista cuantitativo. Tuvo como antecesor en este aspecto a Alexander von Humboldt, cuya *Narrativa Personal* (Humboldt 1996) menciona en su autobiografía como uno de los dos libros que más lo estimularon durante sus estudios en Cambridge, a “intentar añadir la más humilde contribución a la noble estructura de las Ciencias Naturales” (Darwin 1887, Vol. 1, p. 55).

El carácter cuantitativo del trabajo de Darwin resalta en toda su obra. Un ejemplo de ello es su brillante predicción (Darwin 1862, pp. 197-198) de que la existencia de unas orquídeas que estaba estudiando, con nectáreos (depósitos de néctar en la base de la flor) extraordinariamente largos, sugería la existencia en su nativa Madagascar de una palomilla polinizadora con una probóscide (trompa) igualmente larga, para poder alcanzar el néctar en el fondo del depósito (las orquídeas son frecuentemente polinizadas por palomillas). La singularidad de esta afirmación proviene de que los nectáreos a los que se refiere Darwin son verdaderamente enormes (de “once y media pulgadas de longitud”, según sus propias mediciones, que contrastan con la pulgada o pulgada

y media que miden en flores típicas). Esta predicción de Darwin fue verificada en Madagascar 41 años más tarde.

El mérito de la preocupación cuantitativa de Darwin resalta al considerar que, aún en nuestra época, buena parte de la investigación botánica continúa siendo cualitativa, limitándose en algunas ocasiones al antiguo ideal de prospección de nuevas especies.

1.2. Darwin estadístico

Darwin destacó como innovador en el diseño experimental, y esto condujo posteriormente a ciertos avances importantes en la estadística matemática. En el contexto de su trabajo sobre el efecto de la fertilización cruzada en la constitución y vitalidad de la descendencia, vis-à-vis la auto fertilización (Darwin 1859, capítulo 4; Rehmeier 2009), diseñó experimentos comparativos que repitió para varias especies, llegando a la conclusión de que las plantas auto fertilizadas producen descendientes menos productivos de semillas, y menos robustos, que las plantas provenientes de fertilización cruzada (Darwin 1876).

Su conclusión fue sólo parcialmente cuantitativa, pues se basó en un simple conteo comparativo, ya que el análisis estadístico estaba aún en sus albores (la varianza había sido propuesta recientemente como herramienta estadística por Francis Galton, un primo suyo, y la prueba t de Student fue inventada varias décadas más tarde).

Empero, y sin más sustento que su intuición, en un experimento con maíz sobre este asunto resolvió no colocar a las semillas (como era usual hacerlo) en dos grupos separados (uno con semillas de plantas auto fertilizadas, y el otro con semillas fertilizadas de manera cruzada), al comparar la talla promedio y la productividad de ambos grupos. Lo que hizo fue plantar las semillas en pares, juntando en cada recipiente una semilla de planta auto fertilizada, con otra de una planta proveniente de fertilización cruzada. Medio siglo después el famoso estadístico Ronald Fisher reanalizó los datos de este experimento de Darwin, basado en la prueba t de Student. Lo hizo primero juntando en dos grandes grupos los datos provenientes de plantas auto fertilizadas y plantas no auto fertilizadas, y llegó a la conclusión (con un nivel de confianza un tanto bajo), de que estas últimas eran más vigorosas y productivas en promedio que las primeras.

Sin embargo, al repetir el análisis tomando como variables independientes a la diferencia de productividad en cada par de Darwin, arribó a la misma conclusión que en el análisis anterior, pero con un nivel de confianza notablemente mayor, corroborando con ello la rele-

vancia estadística del procedimiento intuitivo de Darwin, de asociar en pares a las semillas contrastantes en cuanto al tipo de fertilización de sus semillas progenitoras. El procedimiento de Darwin, complementado con el tratamiento matemático de Fisher, constituye desde entonces una herramienta estándar de análisis estadístico. De hecho, el conocido biólogo y escritor Richard Dawkins considera a Ronald Fisher “el más grande de los sucesores de Darwin” (Dawkins 1995).

1.3. Genética de poblaciones

No existe hasta la fecha un “fundamento” matemático de la teoría de Darwin, si por tal cosa entendemos una demostración cuantitativa de que, dada la población de una especie particular en un ambiente específico, en la generación siguiente dicha población tendrá un grado ligeramente mayor de adaptación a su ambiente que en la generación actual.

Las dificultades inherentes a este problema son variadas. En primer lugar, el ambiente no es un marco imperturbable en el cual “acontece” la selección natural. Es en realidad un factor activo en la evolución, que sirve como filtro de supervivencia y es a su vez modulado por la acción de cada especie que alberga. Además, el ambiente de una especie particular contiene a las demás especies del ecosistema, y esto complica notablemente su comportamiento. En resumen, el fenómeno bajo estudio no es de evolución de una especie en su ambiente, sino más bien de coevolución de estos dos elementos.

Además, ambos componentes del proceso evolutivo son “ruidosos”, en el sentido de tener un ingrediente estocástico importante: el genoma individual sufre mutaciones, y la recombinación genética durante la reproducción sexual es también un evento no determinista. La componente viva del entorno tiene las mismas raíces estocásticas, a las que hay que sumarles el “ruido” climático, el geológico, el asociado con cometas y meteoritos que alcanzan la Tierra, etcétera.

Lo anterior explica por qué el fundamento matemático (parcial) disponible para la teoría de evolución consiste en una teoría (la genética de poblaciones; cf. Haldane 1990) construida durante el primer tercio del siglo pasado con aportaciones sobresalientes de tres matemáticos (R. Fisher, H.B.S. Haldane y S. Wright), que incluye como elementos de análisis matemático a los miembros de una especie determinada (su fenotipo), complementados por su componente genética (su genotipo), un ingrediente ajeno a Darwin e introducido a inicios del siglo XX, a partir del re descubrimiento de resultados fundamentales sobre hibri-

dación de chícharos, publicados por Gregor Mendel en 1866), amén de una propuesta de interacción dinámica entre estos dos elementos. (Cf. <http://www.esp.org/foundations/genetics/classical/gm-65.pdf> para una traducción al inglés del artículo de Mendel, originalmente escrito en alemán).

Las premisas y conclusiones de la dinámica de poblaciones son las siguientes (cf. apéndice en Haldane 1990, para una versión matemática del procedimiento):

1. Los fenotipos son influenciados en su forma física y su comportamiento por los genotipos.
2. Algunos fenotipos son más exitosos que otros en términos del número de descendientes “exitosos” que producen.
3. Los organismos cuyos genotipos producen fenotipos exitosos en el sentido anterior, serán ancestros de una fracción mayor de la población en la siguiente generación, y viceversa: los genotipos asociados con fenotipos poco exitosos serán gradualmente más raros en generaciones futuras.
4. Los organismos heredan sólo una parte del genotipo de sus ancestros inmediatos (el resto proviene de mutaciones aleatorias).

El procedimiento matemático permite las conclusiones siguientes,

5. La frecuencia de los genes en genotipos exitosos aumentará en la población, y viceversa: la frecuencia de los genes en otros genotipos disminuirá gradualmente.
6. En consecuencia, el grado de éxito definido en el inciso (2) (o sea, el grado promedio de adaptación entre la población y su ambiente), tenderá a crecer.

Dada la complejidad del problema, y de la solución del mismo, la genética de poblaciones debe considerarse uno de los grandes triunfos matemáticos del siglo pasado.

2. Darwin ecólogo

El concepto de ecosistema permea el trabajo de Darwin, que incluye interacciones entre especies (polinización de orquídeas: Darwin 1862; domesticación de especies: Darwin 1875-a; interacciones de especies con

su ambiente: Darwin 1842, etc.). Sin embargo, Darwin nunca llegó a enfocar el concepto de ecosistema en su totalidad, dada la posición central que le otorgaba en su esquema a la lucha individual por la existencia a través de la procreación, como mecanismo central de evolución de las especies. Su marco conceptual no incluye entonces el fenómeno de evolución de entidades más complejas, como los ecosistemas. Uno de los contextos donde se aproxima explícitamente a la visión ecológica actual es el último (y poético) párrafo de *El origen de las especies*, del cual traduje al español el siguiente fragmento, donde la ruptura de líneas intenta resaltar el efecto rítmico del original:

“Es sugestivo contemplar una ribera exuberante,
 Cubierta de flores,
 Con aves cantando en sus matorrales,
 Insectos aleteando
 Y gusanos arrastrándose
 Por la tierra húmeda.
 Y pensar, mirando tantas formas diferentes,
 Entrelazadas de maneras tan complejas,
 Que provienen todas ellas
 De reglas y de leyes
 Actuando entre nosotros.
 (...)
 Y que mientras este planeta va girando
 Según la ley de gravedad,
 De un origen tan simple han brotado
 Multitudes de formas
 Hermosas y maravillosas,
 Y siguen brotando.”

Los ecosistemas se antojan extraordinariamente estables en varios sentidos, al extremo de que resulta difícil destruirlos del todo. Por ejemplo, si eliminamos una especie vegetal o animal en un bosque “aislado”, el resto resultará perturbado en cierta medida por un tiempo, al cabo del cual tendremos un bosque modificado (en ocasiones de manera notable), pero funcional. De hecho, aún el proceso de recuperación presenta regularidades, caracterizadas por medio de conceptos (un tanto controvertidos) como el de sucesión ecológica. Si arrasamos mecánicamente con los árboles, hierbas y animales visibles del bosque y abandonamos sus restos por un periodo razonablemente largo, al retorno

encontraremos insectos y brotes de plantas por todos lados, que eventualmente darán lugar a un nuevo ecosistema. Si en busca de efectividad destructiva hubiéramos quemado el despojo del bosque inicial, el resultado habría sido similar, aunque a largo plazo tendríamos probablemente un ecosistema muy distinto del bosque primigenio. De hecho, para destruir todo vestigio del bosque tendríamos que incinerarlo hasta una profundidad de varios metros, y aislar la tierra muerta del resto del ecosistema global.

La capacidad de persistencia de los ecosistemas ante perturbaciones despliega tantas variantes, que ha resultado difícil tipificarla conceptual y cuantitativamente, a pesar de que el término “ecología” fue introducido de manera casi simultánea con la publicación de *El origen de las especies*, y de que el concepto de “ecosistema” se ha utilizado durante cerca de un siglo.

Desde una perspectiva conceptual se han descrito los atributos ecológicos de cohesión y permanencia con una multitud de términos, la mayoría de los cuales han resultado esencialmente inútiles hasta ahora, en ausencia de un procedimiento operacional para medirlos (Peters 1993, capítulo 4). Un corolario de ello es que no ha sido posible utilizar dicha terminología como fundamento de una ciencia ecológica cuantitativa. Esta imposibilidad persiste como una de las deficiencias profundas de la ecología contemporánea. Sin embargo, algunos avances cuantitativos se han logrado al respecto, especialmente en el estudio de ecosistemas simplificados y de interacciones entre especies, a través del concepto matemático de estabilidad estructural.

2.1. Interacciones entre especies

Los ecosistemas contienen ciertos grupos de especies que interactúan entre sí de manera particularmente intensa. Las interacciones observadas son usualmente complejas, pero con el propósito de analizarlas matemáticamente se les describe a través de conceptos aproximados, como parasitismo, simbiosis, depredación, comensalismo, etcétera.

Darwin estudió varias asociaciones de especies en interacción fuerte. Le dedicó un libro, por ejemplo, a la asociación de las orquídeas con sus polinizadores (Darwin 1862). Escribió otro sobre correlaciones químicas y orgánicas entre las plantas carnívoras y sus presas (Darwin 1875-b), y uno más sobre la relación entre la especie humana y sus especies domesticadas (Darwin 1875-a).

La primera asociación ecológica descrita matemáticamente fue un par de especies cuyos individuos interactúan respectivamente como

“depredadores” y “presas”. En 1926 el matemático Vito Volterra publicó en la revista *Nature* un artículo donde describe la interacción entre tiburones y sus presas en el Mar Adriático (Volterra 1926). Basó su tratamiento en el siguiente par de ecuaciones diferenciales, hoy llamado de Lotka – Volterra, pues un año antes otro matemático, Alfred Lotka, las había incluido y analizado en un libro de biomatemáticas que publicó (Lotka 1925):

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta xy, \\ \frac{dy}{dt} &= -\gamma y + \delta xy\end{aligned}$$

donde x y y representan las abundancias de presas y depredadores, respectivamente, y los parámetros $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ son no-negativos.

Volterra logró reproducir a partir de sus ecuaciones las oscilaciones desfasadas y aproximadamente periódicas que se habían observado en años recientes en las abundancias tanto de los tiburones como de sus presas. Sin embargo, un análisis de estabilidad demostró que su solución de las ecuaciones era inestable ante perturbaciones en los valores de los parámetros involucrados. Esta deficiencia de las ecuaciones de Lotka – Volterra y sus diversas generalizaciones (o sea, la imposibilidad de conocer a priori la estabilidad o inestabilidad de sus soluciones ante cambios en los parámetros del sistema dinámico), no ha sido remediada hasta la fecha. A la estabilidad de este tipo se le llama estructural, y basta con verificarla (o falsificarla) para los puntos críticos de dichas soluciones.

2.2. Estabilidad estructural de R. Thom

La estabilidad estructural se define tanto para flujos (i.e., sistemas dinámicos, o sea, ecuaciones diferenciales acopladas que involucran parámetros, como las de Lotka-Volterra), como para funciones $F(\mathbf{x}; \mathbf{a})$ de variables (o variables de estado) $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_j)$ y parámetros $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_k)$. Por definición, $F(\mathbf{x}; \mathbf{a})$ es estructuralmente estable en un punto \mathbf{a}_s , si preserva su repertorio de máximos y mínimos (como función de \mathbf{x}) en una vecindad finita de \mathbf{a}_s . Una manera de asegurarse a priori de que un sistema dinámico es estructuralmente estable es que pueda escribirse como,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = -\frac{dF(\mathbf{x}; \mathbf{a})}{d\mathbf{x}}$$

donde $F(\mathbf{x}; \mathbf{a})$ es estructuralmente estable (Gilmore 1993, capítulos 1, 5).

El matemático René Thom propuso en los años 30 del siglo pasado un método sistemático para construir funciones estructuralmente estables, e identificó más adelante (en 1942, en plena guerra mundial) las funciones más simples de este tipo. Las funciones estructuralmente estables de Thom son polinomios, a los que él llamó “catástrofes” por razones que veremos más adelante. Constan de dos partes (“raíz” y “perturbación”: en los casos simples, todos los parámetros están contenidos en la perturbación), y entre los calculados originalmente por Thom se encuentran los siguientes,

$$\begin{aligned} F_1(x; a, b) &= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx, \\ F_2(x; a, b, c) &= x^5 + ax^3 + bx^2 + cx, \\ F_3(x, y; a, b, c) &= x^2y + \frac{1}{3}y^3 + a(y^2 - x^2) + bx + cy. \end{aligned}$$

$F_1(x; a, b)$ es sin duda la más conocida entre las funciones de Thom, quien la utilizó extensivamente en sus estudios sobre transiciones conductuales en animales y en procesos de morfogénesis. El diagrama de estabilidad estructural de la función $F_2(x; a, b, c)$ se muestra en la figura 1; $F_3(x, y; a, b, c)$ es la función estructuralmente estable más simple con dos variables de estado¹. Posteriormente otros matemáticos, notablemente Vladimir Arnold, ampliaron la lista original de funciones de Thom y descubrieron profundas conexiones entre ellas y otros objetos matemáticos (Arnold 1974; Gilmore 1993, capítulos 14, 17).

Thom aplicó sus funciones al estudio de cuestiones biológicas, concentrándose en fenómenos conductuales y de embriogénesis. En el diagrama de estabilidad asociado con cada una de ellas, se enfocó en las fronteras entre zonas distintas de estabilidad estructural, enfatizando de esta manera cambios súbitos en los sistemas y situaciones biológicas de su interés, pues dichas fronteras forman una superficie conexas de

¹Curiosamente, dos físicos soviéticos, Lev Landau y Vitali Ginzburg, descubrieron conjuntamente la función $F_1(x; a, b)$, el mismo año que Thom e independientemente de él (no había comunicación científica internacional en esos días, al menos sobre temas ajenos al contexto militar), y utilizaron intuitivamente su estabilidad estructural para describir matemáticamente el fenómeno de magnetización súbita y espontánea del hierro y materiales similares, al enfriarse a partir de un estado inicial de temperatura muy alta. Lev Landau murió en los años 60 del siglo pasado, y en 2003 Vitali Ginzburg obtuvo el premio Nobel de física por este trabajo.

medida cero en el espacio de parámetros (Figura 1). Construyó así a través de ejemplos un esquema de análisis dinámico que popularizó con el nombre de “teoría de catástrofes” (Thom 1972).

Sus prioridades y conclusiones contrastan con el ideal de estabilidad esbozado por Darwin en el párrafo final de *El origen de las especies*, y explorado experimentalmente en casi toda su obra. Sin embargo, el trabajo de Thom enriquece nuestra percepción de la estabilidad ecológica con su descubrimiento de que dicha condición darwiniana se quebranta de manera súbita. Este comportamiento se ha detectado no sólo en el ámbito biológico, sino también en el contexto físico, utilizándose la teoría de Thom para estudiar transiciones bruscas en el patrón de difracción de sistemas ópticos, en cambios de fase termodinámicos, transiciones aerodinámicas, etc. (Gilmore 1993, capítulos 10-16).

Recientemente las funciones de Thom se han utilizado en el estudio de ecosistemas, enfatizando las zonas de estabilidad estructural en el espacio de parámetros de la función correspondiente. El análisis original involucró a la función $F_1(x; a, b)$ escrita arriba y se realizó para un lago somero, el ecosistema “laboratorio” más simple disponible, con resultados prometedores y generalizables en varias direcciones de interés (Torres et al. 2007).

3. Darwin y la edad de la Tierra

La teoría de evolución por selección natural nació en un ámbito geológico, que en el contexto de Darwin estaba dominado por el “uniformitarismo”, propuesto por su amigo y mentor en la Universidad de Cambridge, el geólogo Charles Lyell. De acuerdo con el uniformitarismo, las causas y eventos presentes de transformación geológica se han mantenido uniformes a través de la historia geológica de la Tierra.

Según lo pudo constatar Darwin vívidamente en los Andes, los vestigios de tales eventos incluyen la presencia de fósiles de origen marino en estratos que alcanzan las cimas de altas montañas actuales. De acuerdo con el uniformitarismo, el material de esas mismas montañas tornará eventualmente a convertirse en fondo marino, tras un intervalo conmensurable con la enorme duración del proceso de erosión de las mismas. El acoplamiento entre la evolución biológica y los fenómenos tectónicos, requerido por la presencia de fósiles distintos en estratos geológicos diferentes (según lo constató Darwin), indica entonces que el proceso evolutivo ha requerido también intervalos extremadamente largos. Esto implica a su vez una edad suficiente de la Tierra (del orden de cientos, o miles de millones de años), para que ocurra al menos una

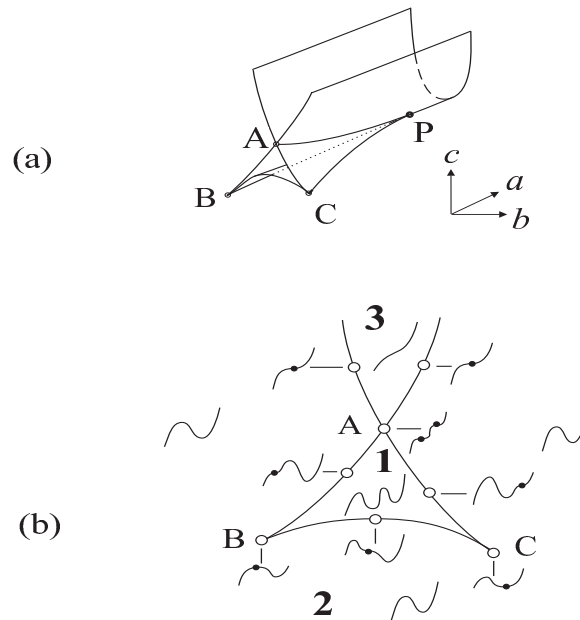


Figura 1: Conjunto de bifurcación y perfil de estabilidad estructural del polinomio canónico $F_2(x; a, b, c) = x^5 + ax^3 + bx^2 + cx$. (a) El conjunto de bifurcación es la porción del espacio de parámetros donde ocurren puntos críticos degenerados de $F_2(x; a, b, c)$; es una “sábana” que se extiende indefinidamente a partir del origen P, y por lo tanto tiene medida cero en el espacio tridimensional $\{a, b, c\}$. (b) Perfil de estabilidad estructural de $F_2(x; a, b, c)$, sobre un plano vertical que corta al conjunto de bifurcación en los puntos A, B, C en (a). Cada curva muestra una porción de $F_2(x; a, b, c)$ (como función de x), como se ve en una vecindad de su localización en el plano ABC, o en el punto indicado con una flecha; un pequeño disco negro sobre una curva indica un punto crítico degenerado. En el punto P, $F_2(x; a, b, c)$ se reduce a su “raíz”, x^5 .

vez la elevación y subsecuente erosión de las montañas más altas, a la velocidad típica de tales fenómenos.

Sin embargo, la evidencia científica en los tiempos de Darwin parecía indicar horizontes de edad de la Tierra más cortos que los requeridos por su teoría de evolución. El famoso físico Lord Kelvin, por ejemplo, calculó en 1862 la edad de nuestro planeta bajo la hipótesis de que se había formado como una esfera de roca fundida, enfriándose gradualmente hasta solidificarse y alcanzar su temperatura actual. Su resultado inicial fue que la Tierra tenía una edad comprendida entre 20 y 400 millones de años. A finales del Siglo XIX refinó su resultado (sin cambiar su modelo físico del fenómeno), y ubicó la edad de la Tierra dentro de un intervalo de 20 a 40 millones de años.

A Darwin le preocupó el primer resultado de Kelvin (el único que conoció), pues contradecía una de las condiciones de su teoría de evolución (la de una Tierra suficientemente añeja). Sin embargo, mantuvo siempre una discreta convicción de que había algo incorrecto en el argumento que lo sustentaba. Como era de esperarse, Darwin estaba en lo cierto. A finales del siglo XIX se descubrió la radioactividad, y pocos años más tarde resultó evidente que dicho fenómeno suministraba un flujo extraordinariamente intenso de energía radiante y de energía cinética proveniente de partículas emitidas a gran velocidad durante la desintegración de núcleos atómicos pesados. Los materiales radiactivos constituyen entonces una vasta fuente de calor en el interior de la Tierra (al quedar atrapada en su seno la energía que liberan las desintegraciones radiactivas), y esto invalidó los resultados de Kelvin.

Un cálculo conceptualmente similar al de Kelvin, pero tomando en cuenta el retardo en la velocidad de enfriamiento de la Tierra debido a la fuente extra de calor que suministran los materiales radiactivos, condujo a la predicción de una edad cercana a 5,000 millones de años para nuestro planeta, un intervalo más que suficiente a priori para acomodar el esquema darwiniano de evolución.

Irónicamente, un hijo de Darwin, el matemático y astrónomo George H. Darwin (editor de la autobiografía de su padre; cf. Darwin 1887), calculó la edad de la Tierra algunos años después del primer resultado de Kelvin, bajo la hipótesis de que nuestro planeta y la Luna eran restos de la escisión de un astro primigenio, caliente y líquido. Calculó el tiempo que le habría tomado al sistema giratorio Tierra - Luna resultante para “frenar” la Tierra (por fricción de las mareas), en grado suficiente para alargar la duración del día terrestre hasta su valor actual (24 horas). Su resultado fue cercano a 50 millones de años, en concordancia con el de Kelvin, y por lo tanto erróneo. Su habilidad matemática fue claramente

superada por la intuición biológica de su padre.

Nota bibliográfica: las publicaciones de Darwin en la lista de referencias se consultaron en la dirección: <http://darwin-online.org.uk/>, que contiene toda la obra darwiniana; la dirección <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/> incluye detalles necesarios en la sección “Darwin estadístico”; algunas notas complementarias sobre su impacto en la cultura contemporánea pueden hallarse en: Torres J-L. (2004) En el nombre de Darwin, 2a ed. México: Fondo de Cultura Económica); F. Brauer, C. Castillo-Chavez (2001) *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, New York: Springer-Verlag, contiene ejemplos de modelos de Lotka-Volterra; T. Poston, I. Stewart (1998) *Catastrophe Theory and Its Applications*, New York: Dover, suministra una introducción al tema de estabilidad estructural.

Referencias

- [1] Arnol'd V.I. (1974) Normal forms of functions in neighborhoods of critical points. *Russian Mathematical Surveys* **29**: 10-50.
- [2] Darwin C.R. (1842). *The structure and distribution of coral reefs*. London: Smith Elder and Co.
- [3] Darwin C.R. (1859) *On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life*. London: John Murray. 1st ed.
- [4] Darwin C.R. (1862) *On the various contrivances by which British and foreign orchids are fertilised by insects, and on the good effects of intercrossing*. London: John Murray.
- [5] Darwin C.R. (1875-a) *The variation of animals and plants under domestication*, 2nd ed. London: John Murray.
- [6] Darwin C.R. (1875-b) *Insectivorous Plants*. London: John Murray.
- [7] Darwin C.R. (1876) *The effects of cross and self fertilization in the vegetable kingdom*. London: John Murray.
- [8] Darwin F., editor (1887) *The life and letters of Charles Darwin, including an autobiographical chapter*. London: John Murray.
- [9] Dawkins R. (1995). *River out of Eden*. New York: Basic Books.

- [10] Druery C.T., Bateson W. (1901). Experiments on plant hybridization. *Journal of the Royal Agricultural Society* **26**:1-32.
- [11] Gilmore R. (1993) *Catastrophe theory for scientists and engineers*. Dover Publications, New York.
- [12] Haldane J.B.S. (1990). *The Causes of Evolution*. Princeton Science Library, Princeton.
- [13] Humboldt, A.v. (1996) *Personal Narrative of a Journey to the Equinoctial Regions of the New Continent: Abridged Edition*. Penguin Classics.
- [14] Lotka A.J. (1925) *Elements of Physical Biology*. Reprinted by Dover in 1956 as *Elements of Mathematical Biology*.
- [15] Peters R.H. (1993) *A critique for ecology*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [16] Rehmeier, J. (2009) Darwin: The reluctant mathematician. *Science News*, Digital Edition: February 11th. (www.sciencenews.org/view/generic/id/40740/title/Math_Trek_Darwin_The_reluctant_mathematician_).
- [17] Thom R. (1972) *Structural Stability and Morphogenesis*. W. A. Benjamin.
- [18] Torres J-L. et al (2007) On a new method to study drastic change in ecosystems. *Bulletin of Mathematical Biology* **69**: 1815-1826.
- [19] Velasco, J.X. (2000) El gene, la forma, el virus y la idea: una perspectiva personal de la biología matemática. *Miscelánea Matemática* **32**: 5-38.
- [20] Volterra V. (1926) Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. *Nature* **118**: 558-60.

Nota bibliográfica: las publicaciones de Darwin en la lista de referencias se consultaron en la dirección: <http://darwin-online.org.uk/>, que contiene toda la obra darwiniana; la dirección <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/> incluye detalles necesarios en la sección “Darwin estadístico”; algunas notas complementarias sobre su impacto en la cultura contemporánea pueden hallarse en: Torres J-L. (2004) *En el nombre de Darwin*, 2a ed. México: Fondo de Cultura Económica.