

Calendarios perpetuos y la regla del fin del mundo

Daniel Alfonso Santiesteban

Facultad de Matemáticas
Universidad Autónoma de Guerrero
danielalfonso950105@gmail.com

1. Introducción

El Grito de Independencia de México fue un domingo, mientras que la toma de la Bastilla ocurrió un martes y posiblemente volvamos a ver el cometa Halley un jueves. Esta información la podemos obtener en Google en cuestión de segundos. Sin embargo, el cubano Yusnier Viera Romero no necesita tener internet para calcular en un minuto 140 fechas como estas. La pregunta que nos surge inmediatamente es: ¿Cómo lo hace? Las matemáticas tienen la belleza de enseñarnos algunos caminos para hacerlo.

Los calendarios perpetuos son un conjunto de cuadros y algoritmos que nos permiten realizar esto de una manera precisa y bastante rápida. Algunos comprenden solo un período corto de tiempo y otros pueden abarcar un rango de muchos siglos; no obstante, con un análisis simple podemos extenderlos tanto como queramos [11, 12]. Posiblemente el calendario perpetuo más conocido fue el hecho en 1741 para el rey francés Luis XV que estaba confeccionado de cuatro paneles de bronce dorado al mercurio y unos compartimentos móviles de esmalte blanco con fechas [13]. El primer calendario perpetuo de que se tiene registro histórico fue el que apareció allá por el año 1389 en el manuscrito alemán *Nürnbergger Handschrift GNM 3227a* [15]. Otros calendarios como el de Moret y Arlot son también populares. Hoy en día, muchos de estos se implementan con programas computacionales y otros tienen datos astronómicos que son esenciales en la navegación. Amazon vende relojes con calendarios perpetuos y además se pueden encontrar en las fachadas de algunas parroquias españolas.

El cálculo de fechas se ha convertido en un pasatiempo para algunos de nosotros [3, 17]. Al igual que el cubo de Rubik, este pasatiempo se ha posicionado a tal nivel que en la actualidad existen modalidades de competencias internacionales de cálculo mental que lo emplean. Al participante de estas se le ofrece varias fechas y tiene que calcular mentalmente el día de la semana que fue o será, en el menor tiempo posible. Yusnier participó en uno de estos campeonatos y pudo establecer tres récords mundiales en esta modalidad. Este habanero ha aparecido en prestigiosos canales de televisión como CNN y NatGeo/Fox. Además, fue protagonista del Discovery Channel show «Super Human Show-down»; así como en el show de Ellen DeGeneres. Para muchos es el mejor calculista de la historia. En estos momentos se dedica mayormente a la enseñanza y ha escrito varios libros interesantes como el *curso básico de cálculo mental* [16].

Este trabajo persigue brindar al lector algunas técnicas o metodologías ágiles para calcular el día de la semana de cualquier fecha sin recurrir a internet. Primeramente, se abordarán aspectos básicos necesarios para la comprensión de las secciones siguientes. Posteriormente, se mostrará el uso del calendario perpetuo de Moret y se indagará en el método propuesto por el escritor de *Alicia en el país de las maravillas*: el método de Lewis Carroll. Finalmente, se enfatizará en la regla del fin del mundo de John Conway como uno de los principales y más factibles procedimientos para realizar este cálculo velozmente.

2. Preliminares

El calendario más utilizado en la actualidad se llama calendario gregoriano. Su nombre se debe a su promotor, el papa Gregorio XIII. Comenzó a usarse a partir de 1582, sustituyendo gradualmente al antiguo calendario juliano implantado por Cayo Julio César desde el año 46 a.C. Este es el calendario más exacto de todos porque requiere un desfase de solo un día cada 3323 años, a diferencia del juliano que tiene un error de tres días cada 400 años. La diferencia principal entre ambos radica en que nuestro calendario actual considera al año bisiesto como aquel año que es divisible por 4, salvo que sea año secular, en cuyo caso también se exige que ha de ser divisible por 400. Los años seculares son aquellos que terminan en 00. Por ejemplo, el año 2024 y el año 2000 son bisiestos; mientras que los años 1900, 1822 y 3125 no lo son. Este detalle no lo poseía el precedente calendario juliano e implicaba que la duración del año regular se consideraba de 365.25 días con 0.0078 días al año de error. Cuando se hizo la sustitución de este antiguo calendario por el actual, se agregaron 10 días a la fecha de modo que el 5 de octubre de

1582 se convirtió en el 15 de octubre de 1582 y se saltaron los días del 6 al 14 de octubre. Cabe mencionar que el calendario gregoriano no fue adoptado en todas partes del mundo al mismo tiempo y hubo países como Estados Unidos en que la diferencia de días fue mayor. Nuestro calendario ajusta a 365.2425 días la duración de un año con un error de 0.0003 días al año. En el futuro se debe tener en cuenta esta diferencia que equivale a 3 días cada 10000 años.

A continuación es necesario introducir el concepto de congruencias entre números enteros. Veamos la definición:

Definición 2.1. Sean x, y, m números enteros con $m > 0$. Se dice que x es congruente con y módulo m si m divide a $x - y$. Se denota como: $x \equiv y(m)$. Si $0 \leq y \leq m - 1$ entonces y representa el resto de la división entera entre x y m , y en particular se empleará la notación siguiente: $y = r(x, m)$.

Por ejemplo: $10 \equiv 3(7)$, $28 \equiv 22(6)$, $-3 \equiv 2(5)$, y por ende $3 = r(10, 7)$, $2 = r(-3, 5)$. Es fácil notar que si x, y, m son números enteros ($m > 0$) tales que $x \equiv y(m)$, entonces existe un número entero k tal que $x = km + y$. Las congruencias tienen numerosas propiedades y muchas de ellas son indispensables en algunos tópicos de la Teoría de Números [2, 4, 5, 10, 14]. En este trabajo se utilizará básicamente la siguiente propiedad: Si $w, x, y, z, m \in \mathbb{Z}$ ($m > 0$) tales que $w \equiv x(m)$ y $y \equiv z(m)$, entonces $w \pm y \equiv x \pm z(m)$, $wy \equiv xz(m)$ y $w^k \equiv x^k(m)$, para todo $k \in \mathbb{N}$. Además se empleará el siguiente cuadro que hace corresponder cada día de la semana con los diferentes restos de la división entera por 7:

Día de la semana	Índice
Domingo	0
Lunes	1
Martes	2
Miércoles	3
Jueves	4
Viernes	5
Sábado	6

Cuadro 1. Índices para los días de la semana.

3. Calendario perpetuo de Moret

El calendario perpetuo de G. D. Moret consiste de tres cuadros que indican los años junto con los siglos, los meses y los días, distribuidos

de tal forma que mediante un procedimiento elemental podamos determinar el día de la semana de una fecha comprendida entre los siglos I y XXV (véanse los cuadros 2, 3 y 4).

					A	Ñ	O	S			
					00	01	02	03	-	04	05
					06	07	-	08	09	10	11
					-	12	13	14	15	-	16
					17	18	19	-	20	21	22
					23	-	24	25	26	27	-
					28	29	30	31	-	32	33
					34	35	-	36	37	38	39
					-	40	41	42	43	-	44
					45	46	47	-	48	49	50
					51	-	52	53	54	55	-
					56	57	58	59	-	60	61
					62	63	-	64	65	66	67
					-	68	69	70	71	-	72
					73	74	75	-	76	77	78
					79	-	80	81	82	83	-
					84	85	86	87	-	88	89
C	E	N	T	U	90	91	-	92	93	94	95
R	I	A	S		-	96	97	98	99	-	-
0	7	14	17	21	6	0	1	2	3	4	5
1	8	15a	-	-	5	6	0	1	2	3	4
2	9	-	18	22	4	5	6	0	1	2	3
3	10	-	-	-	3	4	5	6	0	1	2
4	11	15b	19	23	2	3	4	5	6	0	1
5	12	16	20	24	1	2	3	4	5	6	0
6	13	-	-	-	0	1	2	3	4	5	6

Cuadro 2. Los años y las centurias en el calendario perpetuo de Moret.

Una observación necesaria es que este calendario se puede extender a cualquier siglo que queramos teniendo presente que para los siglos futuros se deben añadir columnas a la derecha con la particularidad de que si el siglo a ubicar es divisible por 4 (en correspondencia con un año secular bisiesto), entonces este se sitúa inmediatamente en la casilla inferior, así por ejemplo, la columna siguiente sería:

25
-
26
-
27
28
-

Los siglos gregorianos y los años bisiestos están indicados con cifras violetas. Para el siglo XVI se hace una división: el 15a corresponde hasta el 4 de octubre de 1582 inclusive y el 15b desde el 15 de octubre de 1582. Recuerde que las fechas comprendidas entre el 5 y 14 de octubre de 1582 no existen en el calendario gregoriano. El procedimiento es el siguiente:

	Mayo	Agosto Febrero*	Febrero Marzo Noviembre	Junio	Septiembre Diciembre	Abril Julio Enero*	Enero Octubre
1	2	3	4	5	6	0	1
2	3	4	5	6	0	1	2
3	4	5	6	0	1	2	3
4	5	6	0	1	2	3	4
5	6	0	1	2	3	4	5
6	0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6	0

Cuadro 3. Los meses en el calendario perpetuo de Moret.

	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31	-	-	-	-
1	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
2	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
3	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes
4	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes
5	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles
6	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
0	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes

Cuadro 4. Los días en el calendario perpetuo de Moret.

1. En el cuadro 2 se halla la cifra en color azul que corresponde a la intersección de la columna de años particulares del siglo (00 al 99) con la fila de las centurias (0 al 24).
2. Se señala la cifra azul encontrada en la columna primera del cuadro 3 y se busca la cifra de color rojo en la intersección con la columna del mes. En el caso particular de años bisiestos, se escogen los dos primeros meses del año nombrados con el asterisco *.
3. Finalmente, se marca la segunda cifra en la primera columna del cuadro 4 y se halla el día de la semana, en la intersección con la columna del día (1 al 31).

Siguiendo los pasos indicados anteriormente se obtiene rápidamente que el 1 de enero de 1900 fue un lunes y que el 14 de febrero de 2124 también lo será.

4. Método de Lewis Carroll

Lewis Carroll fue un excelente escritor y también un gran lógico matemático. Una de sus más célebres frases fue: «Puedes llegar a cualquier parte, siempre que camines lo suficiente». Precisamente en las matemáticas este aforismo se aplica muchísimo. En esta maravillosa ciencia para resolver ciertos problemas nos direccionamos por caminos

en los cuales debemos ser muy insistentes, pero al final alguna pizca de éxito siempre se logra. En 1887, luego de mucha constancia y esfuerzo, Lewis implementa un algoritmo para hallar el día de la semana en que ocurrió una fecha dada [6]. A dicha técnica se le conoce como el método de Lewis Carroll [9]. Este método posee un error para fechas de estilo antiguo porque solo funciona en un calendario juliano que comienza el 1 de enero, en lugar del 25 de marzo como es lo correcto. El algoritmo es el siguiente:

1. Se deben calcular cuatro elementos relacionados con la centuria, el año particular del siglo, el mes y el día. Se agregará cada uno al total de elementos anteriores encontrados y cuando este total exceda a 7 se tomará la congruencia módulo 7. Los elementos a obtener son:
 - i. *Elemento del siglo*: para el estilo antiguo que terminó el 2 de septiembre de 1752 se resta de 18 la centuria, y para el estilo moderno que comenzó el 14 de septiembre de 1752 se encuentra la congruencia módulo 4 de la centuria y se le resta a 3, luego se duplica el resultado obtenido.
 - ii. *Elemento del año*: se suma el número de docenas del año particular del siglo, la congruencia módulo 12 y el número de cuatros en esta última congruencia.
 - iii. *Elemento del mes*: para enero siempre será 0, si el nombre del mes en inglés inicia o termina en vocal, se resta el número que indica su orden en el año de 10, y sumado con el número de días que posee el mes se obtiene el elemento del mes siguiente. Así se obtiene que: enero = 0, febrero = 3, marzo = 3, abril = 6, mayo = 1, junio = 4, julio = 6, agosto = 2, septiembre = 5, octubre = 0, noviembre = 3 y diciembre = 5.
 - iv. *Elemento del día*: se encuentra la congruencia módulo 7 del día del mes y se le resta 1 si la fecha fuese en enero o febrero de un año bisiesto.
2. El último total nos da el día de la semana haciendo la correspondencia mostrada en el cuadro 1.

Este método funciona perfectamente porque Lewis se basó en un calendario perpetuo como el de Moret donde utilizó los mismos índices y algunas fórmulas relacionadas con la congruencia de Zeller. Para una mayor información se remite al lector a los trabajos de Martin Gardner [9, p. 25] y de Francine Abeles [1, p. 98].

Por ejemplo, si se quiere saber el día de la semana que ocurrió el Alzamiento de La Demajagua (10 de octubre de 1868) procedemos como sigue:

- Elemento del siglo: $18 \equiv 2(4)$, $3 - 2 = 1$, $2 \cdot 1 = 2$.

- Elemento del año: $68 = 12 \cdot 5 + 8$, $5 + 8 + 2 = 15 \equiv 1(7)$, total: $2 + 1 = 3$.
- Elemento del mes: 0, total: $3 + 0 = 3$.
- Elemento del día: $10 \equiv 3(7)$, total: $3 + 3 = 6$.

Por tanto, el Alzamiento de La Demajagua sucedió un sábado. Si ahora pretendemos conocer qué día de la semana fue el Día de π 2024 (14 de marzo de 2024) tendremos que:

- Elemento del siglo: $20 \equiv 0(4)$, $3 - 0 = 3$, $2 \cdot 3 = 6$.
- Elemento del año: $24 = 12 \cdot 2 + 0$, $2 + 0 + 0 = 2$, total: $2 + 6 = 8 \equiv 1(7)$.
- Elemento del mes: 3, total: $1 + 3 = 4$.
- Elemento del día: $14 \equiv 0(7)$, total: $4 + 0 = 4$.

Entonces este día fue un jueves. Mientras que si deseamos conocer el día de la semana en que nació el matemático suizo Daniel Bernoulli (8 de febrero de 1700) se tendría lo siguiente:

- Elemento del siglo: $18 - 17 = 1$.
- Elemento del año: $0 = 12 \cdot 0 + 0$, $0 + 0 + 0 = 0$, total: $0 + 1 = 1$.
- Elemento del mes: 3, total: $3 + 1 = 4$.
- Elemento del día: $8 \equiv 1(7)$, $1 - 1 = 0$, total: $4 + 0 = 4$.

Sin embargo, esa fecha resulta ser un jueves en un calendario juliano que empiece el año regular un 1 de enero. Bastaría con sumar 4 días para obtener el día de la semana que le corresponde en nuestro calendario actual, o sea, lunes.

5. Regla del fin del mundo

En 1973 el prolífero matemático británico John Conway, inspirándose en el método de Lewis Carroll, idea un algoritmo nemotécnico para el cálculo del día de la semana de cualquier fecha del calendario gregoriano [7]. La regla del fin del mundo o del juicio final, como comúnmente se le conoce a este algoritmo, se centra esencialmente en que ciertas fechas del año comparten el mismo día de la semana. El Día de π y el Día de la Virgen de Guadalupe ocurren siempre el mismo día de la semana en un mismo año. El método resulta ser bastante factible e ingenioso para poder calcular en segundos el día de la semana de una fecha que se nos brinde. Incluso, dicha técnica es la que la mayoría de los competidores de cálculo mental utilizan y la adaptan a nuevas variantes con el objetivo de hacer este cálculo aún más rápido en la práctica.

Conway llamó como *días del juicio* a aquellos días característicos del año que suceden el mismo día de la semana. Él notó que habían ciertas

fechas que eran fáciles de memorizar y que cumplían esta particularidad. Por tanto, si se conocía el día de la semana de alguna de estas fechas entonces bastaba contar el número de días entre un día del juicio y la fecha a calcular para así saber su día de la semana. A continuación se mostrará un cuadro con las fechas características y simples de aprender:

Mes	Fecha característica	Día/Mes
Enero	Enero 3 (4, en caso de años bisiestos)	3(4)/1
Febrero	Febrero 28 (29, en caso de años bisiestos)	28(29)/2
Marzo	Marzo 14	14/3
Abril	Abril 4	4/4
Mayo	Mayo 9	9/5
Junio	Junio 6	6/6
Julio	Julio 11	11/7
Agosto	Agosto 8	8/8
Septiembre	Septiembre 5	5/9
Octubre	Octubre 10	10/10
Noviembre	Noviembre 7	7/11
Diciembre	Diciembre 12	12/12

Cuadro 5. Días del juicio.

Obsérvese que para enero siempre será el tercer día en caso de años regulares y el cuarto día cuando el año es bisiesto. En febrero se tiene el último día del mes y en marzo el Día de π . Para los meses posteriores, cuyo número de orden en el año es un número par, se escogió el mismo día que este orden, o sea: 4/4, 6/6, 8/8, 10/10 y 12/12. Restarían los meses cuyo número de orden en el año es un número impar. Un truco nemotécnico es poder asociarlos. En este caso, mayo con septiembre y julio con noviembre; así fue como las fechas que se seleccionaron convenientemente fueron: 9/5, 5/9, 11/7 y 7/11. Note que estas fechas no son inalterables. También se pueden considerar otras fechas memorables como el comienzo de la primavera el 21 de marzo o el 23 de mayo, Día Internacional de los Estudiantes.

Lo segundo es hacer corresponder un índice del 0 al 6 a los días de la semana y este será el mismo usado en el cuadro 1. Posteriormente debemos hallar el tan llamado *día ancla del siglo*. Este es el día de la semana de los días del juicio del año secular del siglo. Como el calendario gregoriano tiene un ciclo de 400 años entonces solo tendremos esencialmente 4 días anclas de siglo, los cuales se muestran en el cuadro 6. Por consiguiente, la fórmula para conocer el día ancla del siglo está dada por la expresión:

$$C \equiv q(4), \quad (1)$$

donde C es la centuria del siglo. De la anterior fórmula se deriva que:

- si $q = 0$ entonces el día ancla es martes,
- si $q = 1$ entonces es domingo,
- si $q = 2$ es viernes,
- mientras que si $q = 3$ es miércoles.

Siglo	Día ancla	Índice
1800-1899	Viernes	5
1900-1999	Miércoles	3
2000-2099	Martes	2
2100-2199	Domingo	0

Cuadro 6. Día ancla del siglo.

Lo siguiente que se procede a calcular es el *día ancla del año*. Este es el día de la semana que sucede cualquier día del juicio del año en particular que se analiza. El método más sencillo para encontrarlo es el llamado «impar+11», el cual tiene los pasos siguientes:

1. Sea Y , el año de la centuria o año particular del siglo (o sea, las dos últimas cifras del año).
2. Si Y es impar, se le suma 11 y se actualiza su valor.
3. Ahora sea $K = \frac{Y}{2}$.
4. Si K es impar, se le suma 11 y se actualiza su valor.
5. Por último, sea $Q = 7 - r(K, 7)$.
6. Cuente Q días desde el día ancla del siglo para obtener el día ancla del año.

Ejemplo 5.1. Año 2023: 1-23 2-34 3-17 4-28 5-7 6-Martes

Año 2024: 1-24 2-24 3-12 4-12 5-2 6-Jueves.

Aprecie que este método solo necesita calcular una vez la expresión

$$K = \frac{Y + 11 \cdot r(Y, 2)}{2}$$

para posteriormente arribar a una fórmula explícita:

$$Q = 7 - r(K + 11 \cdot r(K, 2), 7).$$

Para verificar la validez de este algoritmo basta con demostrar que

$$-K - 11 \cdot r(K, 2) \equiv Y + \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor (7),$$

o equivalentemente,

$$K + 11 \cdot r(K, 2) + Y + \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor \equiv 0(7).$$

Procedemos a realizar una separación de casos. Si Y es par y divisible por 4 entonces

$$\frac{Y}{2} + Y + \frac{Y}{4} = \frac{7Y}{4} \equiv 0(7).$$

Ahora si Y es par y no es divisible por 4 entonces $Y = 4s + 2$, donde $s \in \mathbb{Z}^+$, y por tanto

$$\frac{Y}{2} + 11 + Y + \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor = 2s + 1 + 11 + 4s + 2 + s = 7s + 14 \equiv 0(7).$$

Por otro lado, si Y es impar entonces $Y = 4t \pm 1$ con $t \in \mathbb{Z}^+$. Por consiguiente, si $Y = 4t + 1$ entonces tendremos

$$\frac{4t + 1 + 11}{2} + 4t + 1 + t = 7t + 7 \equiv 0(7);$$

mientras que si $Y = 4t - 1$ se arriba a

$$\frac{4t - 1 + 11}{2} + 11 + 4t - 1 + t - 1 = 7t + 14 \equiv 0(7).$$

Ahora se ejemplifica la aplicación de esta regla para conocer el día de la semana de algunas fechas. El descubrimiento de América por Cristóbal Colón ocurrió el 12 de octubre de 1492. A continuación se enumerarán los pasos necesarios aplicando esta técnica:

1. Día ancla del siglo: $14 \equiv 2(4) \Rightarrow$ Viernes.
2. Día ancla del año: 1- 92 2- 92 3- 46 4-46 5- 3 6- Viernes + 3 días = Lunes.
3. Día del juicio cercano: 10 de octubre.
4. Lunes + 2 días = Miércoles.

Por tanto, la llegada de Colón a la isla de Guanahaní fue un miércoles. Para el Grito de Independencia de México que ocurrió un 16 de septiembre de 1810 se opera también de la misma manera:

1. Día ancla del siglo: Viernes.
2. Día ancla del año: 1- 10 2- 10 3- 5 4-16 5- 5 6- Viernes + 5 días = Miércoles.
3. Día del juicio cercano: 5 de septiembre.
4. Miércoles + 11 $\equiv 4(7)$ días = Domingo.

Por consiguiente, el Grito de Independencia de México fue un domingo. Para la toma de la Bastilla, un 14 de julio de 1789, tenemos que:

1. Día ancla del siglo: $17 \equiv 1(4) \Rightarrow$ Domingo.
2. Día ancla del año: 1- 89 2- 100 3- 50 4-50 5- 6 6- Domingo + 6 días = Sábado.
3. Día del juicio cercano: 11 de julio.
4. Sábado + 3 días = Martes.

O sea, la toma de la Bastilla sucedió un martes. Por último, veamos qué día de la semana será el 5 de enero del año 3240:

1. Día ancla del siglo: $32 \equiv 0(4) \Rightarrow$ Martes.
2. Día ancla del año: 1- 40 2- 40 3- 20 4-20 5- 1 6- Martes + 1 día = Miércoles.
3. Día del juicio cercano: 4 de enero.
4. Miércoles + 1 día = Jueves.

Este día será jueves.

El algoritmo es lo suficientemente simple y ameno como para que se considere uno de los mejores y más rápidos en la realización de este cálculo. Existen varias modificaciones de esta regla por varios autores, pero la idea sustancial permanece invariante en la mayoría de las nuevas versiones [8]. Con tan solo cuatro pasos sencillos calculamos el día de la semana que ocurrió o sucederá cualquier fecha que se nos dé. La práctica hace al maestro y con mucha dedicación podremos hacer este cálculo en un tiempo relativamente pequeño. El conocimiento de este fascinante método es crucial si anhelamos competir en algún Campeonato Internacional de Cálculo Mental en un futuro. ¿Se anima a intentarlo?

Agradecimientos

Daniel Alfonso Santiesteban agradece el apoyo financiero de la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) mediante una beca para estudios de posgrado (CVU: 1043969). Un agradecimiento especial para el profesor Ricardo Abreu Blaya por sus excelentes sugerencias. También se agradece a la Dirección de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero por la coordinación con los diferentes Colegios de Bachilleres para la divulgación del tema abordado en este trabajo, particularmente con la Preparatoria No. 29 «Emiliano Zapata» de Tixtla y el Plantel 36 de Zumpango del Río. Finalmente, un agradecimiento para los revisores de este artículo cuyos valiosos comentarios ayudaron a mejorar la calidad de este.

Bibliografía

- [1] F. Abeles, *The Mathematical Pamphlets of Charles Lutwidge Dodgson and Related Pieces*, New York: The Lewis Carroll Society of North America, 1994, <https://g.co/kgs/c4ADR6G>.
- [2] A. Baker, *A concise introduction to the theory of numbers*, Cambridge University Press, 1984, <https://g.co/kgs/zc5HvA8>.
- [3] E. Berlekamp, J. Conway y R. Guy, *Winning Ways: For Your Mathematical Plays, Volume. 2: Games in Particular*, Academic Press, London, 1982,

- <https://bobson.ludost.net/copycrime/Winning%20Ways%202nd%20Edition/Winning.Ways.for.Your.Mathematical.Plays.V2--156881142X.pdf>.
- [4] F. Brochero Martinez, C. Gustavo Moreira, N. Saldanha y E. Tengan, *Teoria dos números, um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro*, Projeto Euclides, Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2010, <http://livrariavirtualimpa.br>.
 - [5] D. Burton, *Elementary Number Theory*, Allyn and Bacon, Inc, 1980, <https://g.co/kgs/akjQaYp>.
 - [6] L. Carroll, «To find the day of the week for any given date», *Nature*, vol. 35, 1887, 517, <https://doi.org/10.1038/035517a0>.
 - [7] J. Conway, «Tomorrow is the day after doomsday», *Eureka*, vol. 36, 1973, 28–31, <https://www.archim.org.uk/eureka/archive/Eureka-36.pdf>.
 - [8] C. Fong y M. Walters, «Methods for Accelerating Conway's Doomsday Algorithm», en *7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Part 2*, 2011, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1010.0765>.
 - [9] M. Gardner, *The Universe in a Handkerchief: Lewis Carroll's Mathematical Recreations, Games, Puzzles, and Word Plays*, Springer-Verlag, 1996, <https://doi.org/10.1007/0-387-28952-6>.
 - [10] G. Hardy y E. Wright, *An introduction to the Theory of Numbers*, Oxford at the Clarendon Press, 1975, https://blngcc.wordpress.com/wp-content/uploads/2008/11/hardy-wright-theory_of_numbers.pdf.
 - [11] M. Kraitchik, *Mathematical recreations*, 2.^a ed., cap. «5: The calendar», 109–116, Mineola: Dover Publications, 1942, https://books.google.com.mx/books/about/Mathematical_Recreations.html?id=iCq9rJbxcSEC&redir_esc=y.
 - [12] T. Michael Keith, «The ultimate perpetual calendar?», *Journal of Recreational Mathematics*, vol. 22, 1990, 280–282, https://davidson.primo.exlibrisgroup.com/discovery/fulldisplay/alma991024775309905716/01DCOLL_INST:01DCOLL.
 - [13] E. Richards, *Mapping Time: The Calendar and Its History*, Oxford University Press, 1998, https://books.google.com.mx/books/about/Mapping_Time.html?id=GqXDQgAACAAJ&redir_esc=y.
 - [14] K. Rosen, *Elementary Number Theory and Its Applications*, Addison Wesley, 2011, <https://users.fmf.uni-lj.si/lavric/Rosen%20-%20Elementary%20number%20theory%20and%20its%20applications.pdf>.
 - [15] R. Trude Ehlert, «Frühe Koch-und Pulverrezepte aus der Nürnberger Handschrift GNM 3227a (um 1389)», en *Medizin in Geschichte, Philologie und Ethnologie: Festschrift für Gundolf Keil*, Würzburg, 2003, <https://g.co/kgs/NK9cegm>.
 - [16] Y. Viera, *Curso Básico de Cálculo Mental*, CreateSpace Independent Publishing Platform, 2012, <https://g.co/kgs/5GNhC98>.
 - [17] X. Wang, «Calculating the day of the week: null-days algorithm», *Recreational Mathematics Magazine*, núm. 3, 2015, 5–8, [https://rmm.ludus-opuscula.org/PDF_Files/Wang_Day_5.8\(3.2015\)_low.pdf](https://rmm.ludus-opuscula.org/PDF_Files/Wang_Day_5.8(3.2015)_low.pdf).