

## Weierstrass, el maestro

Mary Glazman Nowalski

Departamento de Matemáticas  
Facultad de Ciencias, UNAM

Alrededor de 1864, la fama de Karl Theodore Weierstrass (1815-1897) y su escuela de análisis traspasaba las fronteras europeas. Alumnos del eminente analista ocupaban puestos importantes en diversas universidades. Dos de ellos Leo Königsberger y Paul du Bois-Reymond, profesores de la Universidad de Heidelberg impresionados por el talento de una joven estudiante rusa, Sofía Kovalevskaia (1850-1891), le aconsejan continuar sus estudios con el maestro de maestros.

Sofía sabe que Weierstrass tiene muchos estudiantes y obligaciones administrativas y que, además, consistentemente con la época, no es partidario de la educación de las mujeres, y aún sabiéndolo parte hacia Berlin. En el primer encuentro el maestro la pone a prueba al pedirle la solución de una serie de problemas. Una semana después Sofía regresa con las respuestas. Para su sorpresa, no sólo todo estaba correcto, sino que las soluciones eran originales lo que mostraba que Sofía tenía un dominio completo en su campo [3]. Weierstrass, también consulta con su antiguo alumno, Königsberger, sobre las aptitudes matemáticas de Sofía y recibe una entusiasta respuesta [1]. Es así como se inicia una fructífera e intensa relación entre el maestro y la que él llamaría, su estudiante predilecta, relación que duraría el resto de sus vidas.

Weierstrass constituye un ejemplo a seguir para cualquier maestro: transmite a Sofía su conocimiento pero al mismo tiempo, reconoce su talento, la apoya y la respeta, le sugiere explorar temas ajenos a sus intereses del momento pero que él considera de gran trascendencia futura y logra contribuir a la formación de una personalidad que tuvo y tiene gran influencia en el desarrollo matemático. A lo largo del presente artículo daremos cuenta de ello.

Sofía no es aceptada como alumna regular en la Universidad de

Berlín, así que Weierstrass ofrece darle clases particulares en un intento por evitar que las dotes matemáticas de Sofía se desperdicien. Durante los siguientes cuatro años maestro y alumna se reunieron regularmente; los domingos en la casa que Weierstrass compartía con sus dos hermanas solteras y un día a la semana en el departamento que Sofía compartía con su amiga, Iulia Lermontova.

¿Qué motivó a Weierstrass a aceptar a Kovalevskaia como alumna? Uno puede jugar un poco con las ideas y recordar que la vocación de Weierstrass no se reconoció inicialmente; que tuvo que sumergir en el alcohol y las parrandas el transcurrir de otra carrera profesional, relacionada con las actividades comerciales (y que incluía nociones sobre contabilidad y derecho mercantil) antes de encontrar a Christof Gudermann, orientador y guía en sus primeras incursiones matemáticas, Weierstrass siempre agradeció que Gudermann compartiera con él sus ideas sobre el uso de las series de potencias para representar funciones elípticas [1] y es posible que quisiera emular su acción al reconocer las dotes de su nueva alumna.

Después de dos años de intenso trabajo conjunto, Sofía le relata al maestro cómo su motivación para el estudio surge de sus ideas políticas. Desde muy joven Sofía recibió la influencia de los *nihilistas tempranos* que, conscientes de los cambios sociales que empezaban a gestarse en Rusia, consideraban que la mejor forma de ayudar en la revolución social que se aproximaba era a través del estudio de las ciencias naturales. Pensaban que la ciencia triunfaría sobre la religión y las supersticiones y mostraría que el progreso era inevitable. Los nihilistas promovían la integración de las mujeres a la vida intelectual y política; defendían que éstas tenían el derecho y el deber de educarse e iban más lejos aún; creían que los hombres tenían la obligación de ayudarlas en todas las formas posibles. También le cuenta de su *asociación matrimonial* con Vladimir Kovalevskii, como la única solución posible para salir a estudiar. Es en ese momento que el maestro considera que en el futuro ella va a necesitar del reconocimiento formal de sus logros científicos y decide dirigir los esfuerzos hacia un trabajo doctoral.

En la primavera de 1874, Sofía tiene preparados tres trabajos, el más importante es sobre la teoría general de ecuaciones diferenciales parciales; que contiene el resultado conocido como el Teorema de Cauchy-Kovalevskaia en donde se establece la existencia local de una solución

analítica para un sistema de ecuaciones diferenciales parciales con coeficientes analíticos. Este trabajo es fundamental ya que aclara, por primera vez, qué significa resolver una ecuación diferencial parcial. Hasta ese momento se confundía la posibilidad de resolver, con la capacidad de calcular las soluciones. Con este trabajo no solo se inicia la teoría moderna de ecuaciones diferenciales parciales, sino que también introduce la idea de características que ha jugado y juega un papel central en las matemáticas. Cuando Weierstrass le propuso este tema, no sabía que en 1842 Cauchy había publicado una demostración de este teorema; el mismo Weierstrass había trabajado en 1842 en problemas similares a los de Cauchy pero, como era frecuente en él, no publicó sus resultados a tiempo, únicamente se los comunicó a sus colegas y alumnos y conjeturó que sus resultados podían extenderse a ecuaciones diferenciales parciales, así que puso a Sofía a trabajar en esta conjetura [2].

Weierstrass estaba muy satisfecho de los resultados obtenidos por su alumna. En una ocasión en que Sofía había revisado ecuaciones sobre la conducción del calor, encontró que ciertas ecuaciones diferenciales parciales no tenían soluciones analíticas aunque tenían soluciones en series de potencias formales. En una carta enviada el 6 de mayo de 1874, Weierstrass le escribe:

*Como ves, querida Sonya, tu observación (que te parecía tan simple) sobre la propiedad distintiva de las ecuaciones diferenciales parciales —que una serie infinita puede, formalmente, satisfacer esa ecuación diferencial y sin embargo no converger para ningún sistema de valores de sus variables— fue para mi el punto de inicio de interesantes y dilucidantes investigaciones.*

*Espero que mi estudiante continuará expresando su gratitud a su maestro y amigo de la misma manera [3].*

Las investigaciones a las que Weierstrass se refiere lo condujeron a sus estudios del concepto de función.

El segundo tema tiene que ver con la forma de los anillos de Saturno en el que retoma un problema planteado por Laplace en 1799 que consiste en determinar la forma del anillo de tal manera que las fuerzas que actúan en cada punto de la superficie del anillo (es decir, la

atracción de la gravedad de Saturno y la del anillo) produzcan en cada punto del anillo una fuerza resultante que consiste en dos componentes: (1) una fuerza centrípeta que mantiene al punto en órbita cuando el anillo rota (2) una fuerza normal a la superficie del anillo que es por tanto anulada por el anillo mismo [2]. Laplace supuso que el anillo era líquido y obtuvo que su forma debía que ser elíptica con una sección recta asimétrica. Estos cálculos fueron severamente cuestionadas por Sofía que, utilizando expansiones de series encontró que tenía forma de huevo. Más adelante los astrónomos descubrieron que el anillo(s) de Saturno contenía sólidos, por lo que no se podía aplicar la teoría de Laplace [7].

El tercer problema que Weierstrass le asignó a Sofía fue el de investigar los casos de degeneración en los que las integrales abelianas se pueden reducir a integrales elementales o elípticas.

Sin lugar a dudas, cualquiera de estos tres trabajos bastaban para merecer el doctorado. El maestro presentó estos trabajos en la Facultad de Filosofía de Göttingen y sostuvo un intercambio de cartas con el decano de la Facultad.

*Fueron juzgados lo suficientemente satisfactorios por la Universidad y, contrariamente a los procedimientos establecidos, me exentaron del requisito de presentar un examen oral y de la defensa pública de mi disertación (que esencialmente no es más que una formalidad) otorgándome, directamente, el grado de Doctor en Filosofía, summa cum laude [6].*

Una vez que Sofía obtiene su doctorado, se retira del mundo matemático y se va a vivir a Rusia donde decide normalizar su vida conyugal con Vladimir. Tienen una hija y en 1881 se separan definitivamente.

El 1878 Sofía reanuda su correspondencia con Weierstrass quien le responde con toda calidez. Es posible que Sofía añorara la actividad matemática y la oportunidad de retomarla se la ofrece el matemático L. Chebyshev quien la invita a presentar una ponencia en el Sexto Congreso de Científicos Naturales que tuvo lugar en Petesburgo en enero de 1880. Sofía desempolva y presenta su trabajo sobre integrales abelianas. Uno de los asistentes al Congreso es Mittag Leffler, a quien Weierstrass ha comisionado para tratar de convencer a Sofía de que regrese a la actividad matemática.

Al separarse Sofía de Vladimir, opta por salir de Rusia y establecerse en París, Weierstrass y Mittag Leffler la ponen en contacto con algunos de los más distinguidos matemáticos franceses, como Charles Hermite y Henri Poincaré e inician la búsqueda de una plaza académica para ella. Su posición no es fácil; es mujer, tiene compromisos políticos que resultan amenazantes para las autoridades de algunas universidades y su estatus civil es ambiguo. El maestro contempla, siempre respetuosamente, las actividades de Sofía, aunque considera que muchas veces actúa en contra de su propio beneficio. En noviembre de 1883 Sofía es contratada por la Universidad de Estocolmo.

Weierstrass es el iniciador de una nueva manera de hacer matemática. En este sentido, Sofía es de los primeros matemáticos que utiliza este enfoque para atacar problemas nuevos, que hoy en día tienen gran importancia. La contribución de Weierstrass y Abel es retomada por Sofía en el problema de la integrabilidad del trompo, en el cual se trabaja, por primera vez, con funciones elípticas de género dos para resolver problemas de mecánica. Este desarrollo se ha vuelto a utilizar en los últimos diez años para integrar multitud de sistemas hamiltonianos que aparecen en variadísimas aplicaciones. En este sentido, el maestro Weierstrass nos muestra un a seguir al haber sido capaz de formar alumnos que asimilaron su pensamiento y lo superaron, llevándolo hasta nuestros días de manera vigorosa y útil.

En muchos sentidos Weierstrass se adelantó a su época. No sólo en los aspectos matemáticos que hoy son centrales en muchos desarrollos, sino que también en el abordaje de aspectos educativos y de las relaciones profesionales. Destaca su apertura al aceptar, como estudiante, a una mujer y sugerirle, para su doctorado, temas de trabajo fundamentales y no de mero trámite; en el apoyo que le brindó a Sofía, como colega talentosa, a pesar de las desventajas que en esa época representaba ser mujer con ideas independientes. Finalmente, la visión del maestro generoso, que fue capaz de transmitir a su alumna lo mejor de su pensamiento, para que diera numerosos frutos que hoy todavía recogemos.

**Agradecimientos.** Quisiera agradecer a Ana María Cetto, Mónica Clapp, Mercedes Perelló, Isabel Puga y Adolfo Sánchez Valenzuela por las sugerencias brindadas en las versiones preliminares de este trabajo. Un agradecimiento especial a Antonmaría Minzoni por la revisión final.

## Referencias

- [1] Bell, E. T. *Men of Mathematics. Capítulo 22: Master and pupil. Weierstrass (1815–1897); Sonja Kowalewski (1850–1891)*. Simon and Schuster. New York (1937). p. 406–432.
- [2] Jorge, Ma. del Carmen. *El Andar Matemático de Sofya Kovalevskaia*. Conferencia impartida durante el Homenaje a Sofía Kovalevskaia en el Centenario de su Muerte. Facultad de Ciencias, UNAM. Febrero de 1991. Próximo a aparecer publicado.
- [3] Koblitz, Ann Hibner. *A convergence of lives: Sofia Kovalevskaia. Scientist, Writer, Revolutionary*. Birkhäuser, Boston, Inc. 1983.
- [4] ———. *Sofia Kovalevskaia and the mathematical community. The mathematical intelligencer*. **6** (1), (1984). Springer-Verlag. New-York. p 20–29.
- [5] ———. *Changing views of Sofía Kovalevskaia*. *Contemporary mathematics* **64**, (1987). p. 53–76.
- [6] Kovalevskaia, Sofya. *An autobiographical sketch*. Editado por Beatrice Stillman en *Sofya Kovalevskaia. A Russian childhood*. Springer-Verlag. (1978). p. 213–229.
- [7] Polubarinova-Kochina. *On the scientific work of Sofya Kovalevskaia*. Editado por Beatrice Stillman en *Sofya Kovalevskaia. A Russian Childhood*. Springer-Verlag. (1978). p. 231–248.
- [8] Stillman, Beatrice. *Introduction*. Editado por Beatrice Stillman en *Sofya Kovalevskaia. A Russian Childhood*. Springer-Verlag. (1978). p. 1–45.

